КРИТЕРИИ И МЕТОДИКА ОЦЕНИВАНИЯ ВЫПОЛНЕННЫХ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ

муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике

2021/2022 учебный год

7-11 классы

7 класс

7.1. (*10 баллов*) Необходимо для робототехники изготовить плоскую деталь размерами ($l \times d \times h$) 6 × 6 × 0,5 см на 3D-принтере. Сколько времени будет затрачено на такую печать детали, если технические характеристики принтера следующие? Толщина нити для печати одного слоя D = 0,2 мм, скорость печати υ = 100 мм⁄с.

Ответ: t = 4500 с = 75 мин.

Решение:

За одну секунду принтер заполняет объем 100*0,2*0,2=4 мм^3.

Нужно заполнить 6*6*0,5 = 18 см^3 = 18000 мм^3.

Значит, будет затрачено t = 18000/4=4500 с или 4500/60=75 минут.

7.2. (*10 баллов*) Трамвай, идущий со скоростью $\upsilon = 35$ км/ч, простоял на светофоре $t = 0{,}4$ минуты. С какой скоростью он должен продолжать движение, чтобы не выбиться из графика, если расстояние от светофора до ближайшей остановки $l = 0{,}9$ км?

Ответ: $\mathbf{V_2} \approx 47{,}25\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}\,\text{или}(13{,}125\,\frac{\text{м}}{\text{с}})$

Решение:

Если бы трамвай двигался без остановки, он прошёл бы это расстояние за время:

$$t_1 = \frac{l}{v},$$

Однако, из-за остановки на светофоре, теперь трамвай должен пройти тоже самое расстояние l за время:

$$t_2 = t_1 - t\ ,$$

Таким образом, теперь трамвай теперь должен двигаться со скоростью:

$$v_2 = \frac{l}{t_2}.$$

Последовательно подставляя записанные выражения, получим:

$$v_2 = v\frac{l}{l - tv}.$$

Так как: $t = 0{,}4\ \text{мин} = \frac{0{,}4}{60}\text{ч} \approx 0{,}0066(7)$ ч, итого получаем:

$$v_2 = 35 * \frac{0{,}9}{0{,}9 - \frac{0{,}4}{60} * 35} \approx 47{,}25\,\frac{\text{км}}{\text{ч}}\ \ (13{,}125\,\frac{\text{м}}{\text{с}}).$$

7.3. (*10 баллов*) Составной брусок состоит из двух частей, отличающихся по массе в 2 раза. Плотность более лёгкой части бруска в 1,5 раза больше другой его части. Средняя плотность бруска была измерена как $\boldsymbol{\rho}$ =675 кг/м^3. Определите плотность обеих частей бруска.

Ответ: $\rho_2 = 650 \cdot \frac{8}{9} = 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_1 = 1{,}5 \cdot \rho_2 = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Решение:

Запишем формулу для нахождения средней плотности: $\rho = \frac{M}{V}$.

Если обозначить массу лёгкой части m_1, то масса более тяжёлой части $m_2 = 2m_1$.

Общая масса бруска будет равной: $M = m_1 + 2m_1$.

Общий объём бруска складывается из объёмов лёгкой и тяжёлой части, которые могут быть выражены через соответствующие массы и плотности: $V = V_1 + V_2, V = \frac{m_1}{\rho_1} + \frac{m_2}{\rho_2}$.

Учитывая, что $\rho_1 = 1{,}25\rho_2$, запишем:

$$V = \frac{m_1}{1{,}5\rho_2} + \frac{2m_1}{\rho_2},\ V = \frac{4m_1}{1{,}5\rho_2}.$$

Зная среднюю плотность. найдём ρ_2: $\rho_1 = 3m_1 \,/\, \frac{4m_1}{1{,}5\rho_2}$, $\rho_2 = \frac{8}{9}\rho$.

Тогда ответ: $\rho_2 = 650 \cdot \frac{8}{9} = 600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \rho_1 = 1{,}5 \cdot \rho_2 = 900 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

7.4. (*10 баллов*) В тот момент, когда локомотив, движущийся вдоль перрона, поравнялся с фонарным столбом, физкультурник побежал от этого столба вдоль локомотива, чтобы измерить его длину. Добежав до хвоста локомотива, физкультурник поставил мелом на перроне первую метку, затем побежал обратно и добежав до головы локомотива сделал на перроне вторую метку. Расстояние от первой и второй меток до столба, от которого физкультурник начал движение оказалось равным 42 шагам и 12 шагам соответственно. Определите, во сколько раз физкультурник бежит быстрее, чем едет локомотив.

Ответ: Физкультурник бежит в 8 раз быстрее, чем едет локомотив.

Решение:

Пусть l – длина локомотива, u – скорость локомотива, v – скорость физкультурника.

Рассмотрим движение физкультурника относительно локомотива, обозначив за t_1 – время, которое потребовалось физкультурнику для того чтобы добежать до хвоста локомотива, а за t_2 – время, за которое он нагнал голову локомотива

$$v + u = \frac{l}{t_1},\ v - u = \frac{l}{t_2}$$

С другой стороны, рассмотрим то же движение относительно столба:

$$v = \frac{x_1}{t_1},\ v = \frac{x_1 + x_2}{t_2}.$$

Разделим (1) на (2):

$$\frac{v+u}{v}=\frac{l}{x_1},\ \frac{v-u}{v}=\frac{l}{x_1+x_2},$$

$$1+\frac{u}{v}=\frac{l}{x_1},\ 1-\frac{u}{v}=\frac{l}{x_1+x_2}.$$

Выразим из левого уравнения l и подставим в правое:

$$l=x_1\left(1+\frac{u}{v}\right),\ 1-\frac{u}{v}=\frac{x_1\left(1+\frac{u}{v}\right)}{x_1+x_2}$$

Из полученного уравнения выразим отношение скоростей:

$$1-\frac{u}{v}=\frac{x_1}{x_1+x_2}+\frac{u}{v}\frac{x_1}{x_1+x_2}\rightarrow\frac{u}{v}=\frac{x_2}{2x_1+x_2}$$

Тогда:

$$\frac{u}{v}=\frac{12}{2\cdot 42+12}=0{,}125,$$

$$v=8\cdot u$$

8 класс

8.1. (*10 баллов*) При отсутствии центров кристаллизации можно получить переохлажденную воду. Определите массу образовавшегося льда, если в воду массой 1 кг переохлажденную до -10 °С бросили маленький кусочек льда и вызвали этим ее замерзание. Удельная теплоемкость воды равна 4,2 кДж/кг*К, удельная теплота плавления льда 330 кДж/кг.

Ответ: m_2 = 127 г.

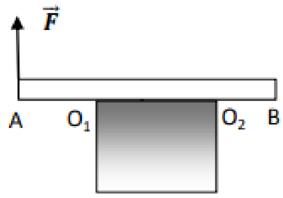
Решение:

Количество теплоты, выделяемое при кристаллизации, идет на ее нагревание до температуры кристаллизации (0 °С). Уравнение теплового баланса $m_2\lambda = cm_1\Delta t$

λ – удельная теплота плавления льда, с – удельная теплоемкость воды, m_1 – масса воды, m_2 – масса льда.

$$m_2 = \frac{cm_1\Delta t}{\lambda} = 127 \text{ г}$$

8.2. (*10 баллов*) При перекладывании стальной детали длиной 2,4 м и массой 48 кг рабочие положили ее на верстак, но так, что она свешивалась, выступая за края с левой стороны на 0,8 м, а с правой стороны – на 0,6 м. Какую силу нужно приложить в точке А, чтобы приподнять деталь?



Ответ: 160 Н.

Решение: Чтобы приподнять деталь необходимо, чтобы момент приложенной силы был больше либо равен моменту силы тяжести: $M_{mg} \leq M_F$

Очевидно, что ось вращения пройдет через точку O_2. Рассмотрим моменты сил, о которых мы говорили ранее. Сила тяжести будет приложена к центру масс, а ввиду однородности детали, таковым будет являться середина стержня, тогда:

$$\begin{cases} \text{M}_{mg} = mg\left(\frac{l_{\text{общая}}}{2} - l_{\text{правого}}\right) \\ \text{M}_F = F\left(l_{\text{общая}} - l_{\text{правого}}\right) \end{cases}$$

Учтем: $M_{mg} = M_F$.

Решая систему получим:

$$F = mg\frac{\left(\frac{l_{\text{общая}}}{2} - l_{\text{правого}}\right)}{\left(l_{\text{общая}} - l_{\text{правого}}\right)} = 160\ H.$$

8.3. (*10 баллов*) Доска толщиной 5 см плавает в воде, погрузившись на 70%. Поверх воды разливается слой нефти толщиной 1 см. На сколько будет выступать доска над поверхностью нефти? Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг⁄м^3, плотность нефти $\rho_н$ = 800 кг⁄м^3.

Ответ: 1,3 см.

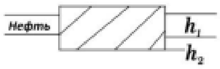
Решение:

а) Доска в воде.

Она погружена на 70% толщины => 

5см − 100%, а h_0 − 70%=> h_0 = 5·70/100 = 3,5 см.

Давление на этой глубине $P_0 = \rho g h_0$ = 1000 · 10 · 0,035 (Па). Именно это давление удерживает доску.

б) Давление на нижнюю поверхность доски, когда на воду налита 

нефть толщиной h_1, определяется так:

$P_1 = \rho_н g h_1 + \rho_в g h_2$ = 800 · 10 · 0,01 + 1000 · 10 · h_2 = 80 + 10000·h_2.

Т.к. доска одна и та же, то $P_1 = P_0$ => 80 + 10000·h_2 = 350;

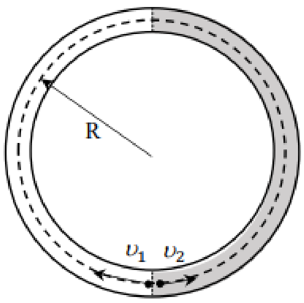
10000·h_2 = 270 => h_2 = 0,027 (м) = 2,7 см.

в) Таким образом, над уровнем жидкости находится

$H = h_1 + h_2$ = 1 + 2,7 = 3,7 см доски.

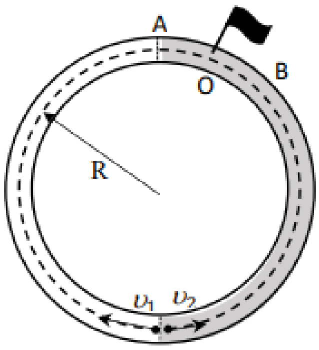
Наружу будет выступать 5 − 3,7 = 1,3 см.

8.4. (*10 баллов*) В горизонтальном сквозном кольцевом тоннеле радиуса R с гладкими внутренними стенками есть возможность в двух равных половинах создать различные значения сопротивления среды, влияющих на скорость полета испытательных образцов. В одной половине тоннеля скорость образца строго равна υ_1, в другой – υ_2. Определите интервал времени, через который встретятся два образца, запускаемые одновременно из любой точки границы давления в противоположных направлениях.



Ответ: $t = \pi R \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2\vartheta_1\vartheta_2}$.

Решение: Будем считать скорость υ1 > υ2. Обозначим флажком на рисунке предполагаемое место встречи. Тогда к моменту времени t_1 первый образец пройдет ровно половину левой окружности до точки A.



Длина этой половины окружности равна πR. С другой стороны, это путь, который проходит первый образец со скоростью υ_1 за время t_1: $\pi R = \upsilon_1 \cdot t_1$. Отсюда получаем время: $t_1 = \pi R / \upsilon_1$.

Второй образец, двигающийся с правой стороны, к этому моменту времени успеет пройти только часть окружности до точки B. При этом, расстояние, которое обозначим за x, второй образец проходит со скоростью υ_2 за время t_1: $x = \upsilon_2 \cdot t_1$.

Или, с подстановкой времени t_1, получаем:

$$x = \frac{\vartheta_2 \pi R}{\vartheta_1}.$$

При вхождении первого образца в правую область от A до O он будет двигаться со скоростью υ_2, так как в этой части из-за сопротивления движение возможно только с этой скоростью. Второй образец от B к O также двигается со скоростью υ_2. Значит, за одинаковый промежуток времени t_2 оба образца пройдут с одинаковыми скоростями одинаковое расстояние $y = AO = BO$.

Но расстояние $x + 2y = \pi R$ равно половине окружности. Подставим сюда значение x:

$$\vartheta_2 \frac{\pi R}{\vartheta_1} + 2y = \pi R.$$

Отсюда можем выразить неизвестное расстояние y:

$$2y = \pi R - \vartheta_2 \frac{\pi R}{\vartheta_1}$$

$$y = \frac{\pi R}{2}\left(1 - \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right)$$

Так как это расстояние пройдено со скоростью υ_2, то время $t_2 = y / \upsilon_2$.

Подставим в это выражение значение y:

$$t_2 = \frac{\pi R}{2\vartheta_2}\left(1 - \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right).$$

Теперь остается сложить два промежутка времени t_2 и t_1, чтобы получить общее время t до момента встречи.

$$t = \frac{\pi R}{\vartheta_1} + \frac{\pi R}{2\vartheta_2}\left(1 - \frac{\vartheta_2}{\vartheta_1}\right).$$

Приведя подобные, можно получить окончательный ответ:

$$t = \pi R \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2\vartheta_1 \vartheta_2}.$$

9 класс

9.1. (*10 баллов*) Автомобиль начинает двигаться с места с постоянным ускорением a = 1,0 м/с^2. Мимо светофора он проезжает со скоростью V = 36 км/ч. На каком расстоянии от светофора он находился τ = 2 с назад?

Ответ: 18 м.

Решение: Автомобиль двигается равноускорено без начальной скорости и до светофора проходит путь $S_2 = \frac{at^2}{2}$. Две секунды назад он прошел путь $S_1 = \frac{a(t-\tau)^2}{2}$. Следовательно, $\ell = S_2 - S_1$. Получили три уравнения и четыре неизвестных. Время t можно выразить из закона скорости равноускоренного движения V = at. Решая систему четырех уравнений, получаем выражение расстояния ℓ через данные задачи:

$$l = S_2 - S_1 = \frac{a}{2}[t^2 - (t-\tau)^2] = \frac{a}{2}\left[\left(\frac{V}{a}\right)^2 - \left(\frac{V}{a}\right)^2 + \frac{2V\tau}{a} - \tau^2\right] = \frac{a\tau}{2}\left(\frac{2V}{a} - \tau\right)$$

Подставим числовые значения и получим:

$$l = \frac{1 \cdot 2}{2}\left(\frac{2 \cdot 10}{1} - 2\right) = 18 \text{ м.}$$

9.2. (*10 баллов*) В цилиндрический сосуд налиты вода и керосин в равных по массе количествах. Общая высота слоев жидкостей H = 36 см. Найдите давление жидкостей на дно сосуда и на границе раздела. Плотность воды $\rho_в$ = 1,0 г/см^3, плотность керосина $\rho_к$ = 0,080 г/см^3.

Ответ: $P_{дн}$ = 3,2 кПа, $P_{гр}$ = 1,6 кПа.

Решение: Давление жидкости, состоящей из нескольких несмешивающихся компонентов (вода-керосин в нашем случае), на глубине $H = h_в + h_к$

$$P_{дн} = \rho_в g h_в + \rho_к g h_к.$$

Так как масса воды равна массе керосина, можно записать:

$$\rho_в g h_в S = \rho_к g h_к S.$$

где S – площадь основания цилиндрического сосуда.

Отсюда получаем:

$$\rho_в h_в = \rho_к h_к.$$

Из данных выражений получаем:

$$P_{дн} = 2\rho_в g h_в.$$

Тогда $h_к = \frac{\rho_в h_в}{\rho_к}$, подставим в H:

$$H = h_в\left(1 + \frac{\rho_в}{\rho_к}\right).$$

Выразим: $h_в = \frac{H\rho_к}{\rho_к+\rho_в}$.

Проведем подстановку и получим:

$$P_{дн} = \frac{2\rho_в h_в g H}{\rho_к+\rho_в}.$$

Подставим числовые значения:

$$P_{дн} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 800 \cdot 10 \cdot 0,36}{10^3(1+0,8)} = 3,2 \text{ кПа}.$$

$$P_{гр} = \frac{P_{дн}}{2} = 1,6 \text{ кПа}.$$

9.3. (*10 баллов*) Маленький шарик падает с высоты 1 м на тонкую собирающую линзу с фокусным расстоянием 50 см и разбивает ее. Сколько времени будет существовать мнимое изображение шарика в этой линзе? (g = 10 м/с^2)

Ответ: t = 13 с.

Решение:

Изображение предмета в собирающей линзе оказывается мнимым, если расстояние от него до центра линзы меньше фокусного расстояния.

Полное время падения шарика $t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}}$, где h – высота, с которой падает шарик.

Время полете до фокуса линзы: $t_2 = \sqrt{\frac{2(h-F)}{g}}$, где F – фокусное расстояние линзы.

Время, в течение которого будет существовать мнимое изображение, равно:

$$t = t_1 - t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}} - \sqrt{\frac{2(h-F)}{g}} = 0,13\ с.$$

9.4. (*10 баллов*) Для проведения лабораторной работы студенту Иванову Семёну была выдана электрическая плитка. При этом преподаватель сообщил, что коэффициент полезного действия этой плитки 40 %. На ее корпусе он обнаружил, что мощность равна 500 Вт. Сколько времени продолжить нагревание 0,8 литров воды, чтобы ее 10 % обратить в пар при кипении, если начальная температура воды 15°С? Удельная теплоемкость воды с = 4200 Дж (кг· К), удельная теплота парообразования воды r = 2,26·10^6 Дж·кг.

Ответ: $\tau = 2332$ с ≈ 39 мин.

Решение:

Сначала необходимо нагреть воду до температуры кипения $t_к$:

$$Q_н = (t_к - t_0) \cdot c \cdot \rho_в \cdot V_{воды}.$$

Затем начнется процесс парообразования воды, чтобы испарить объем равный $V_{исп.воды}$ потребуется следующее количество тепла:

$$Q_{\text{исп}} = r \cdot \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{исп.воды}} = 0{,}1 \cdot r \cdot \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{воды}}.$$

Теперь выясним, какое количество теплоты передаст электрическая плитка воде за время работы τ:

$$\frac{\text{КПД} \cdot \text{P} \cdot \tau}{100\ \%} = Q.$$

Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} \dfrac{\text{КПД} \cdot \text{P} \cdot \tau}{100\ \%} = Q \\ Q = Q_{\text{н}} + Q_{\text{исп}} \end{cases}$$

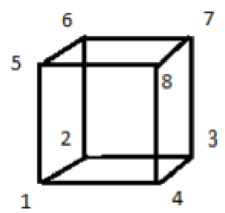
Выразим и найдем искомое время:

$$\tau = \frac{(Q_{\text{н}} + Q_{\text{исп}}) \cdot 100\ \%}{\text{КПД} \cdot \text{P}} = \frac{\big((t_{\text{к}} - t_0) \cdot c \cdot \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{воды}} + 0{,}1 \cdot r \cdot \rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{воды}}\big) \cdot 100\%}{\text{КПД} \cdot \text{P}}$$
$$= \frac{\rho_{\text{в}} \cdot V_{\text{воды}}\big((t_{\text{к}} - t_0) \cdot c + 0{,}1 \cdot r\big) \cdot 100\%}{\text{КПД} \cdot \text{P}} = 2332\ \text{с} \approx 39\ \text{мин}.$$

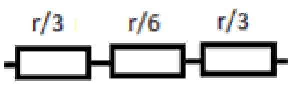
9.5. (*10 баллов*) Из одинаковых проволочек спаяли куб и подключили его к источнику постоянного напряжении крайними точками диагонали куба и за время t_1 он нагрелся на ΔT градусов. Определите, за какое время куб нагреется на ΔT градусов, если его подключить к тому же источнику крайними точками диагонали грани куба. Потерями тепла пренебречь.

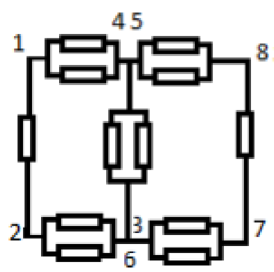
Ответ: $t_2 = \frac{9t_1}{10}$

Решение: Куб спаян из одинаковых проволочек. Пусть сопротивление каждой такой проволочки r.



Воспользуемся тем, что точки с одинаковыми потенциалами можно соединять или разделять не меняя токов в цепи, а значит и сопротивление цепи, и нарисуем для удобства расчета сопротивлений эквивалентные схемы.





Подключение к напряжению куба точками 1 и 7, приведет к схеме, изображенной на левом рисунке. Ее полное сопротивление: $R_1 = \frac{5r}{6}$.

Схема, изображенная на правом рисунке, соответствует подключению напряжения к точкам 1 и 8. Для расчета сопротивления следует помнить, что потенциалы точек 36 и 45 равны, что можно проверить простым расчетом. Для этого случая $R_2 = \frac{3r}{4}$.

Используя закон Джоуля-Ленца, получим $\frac{t_1 U^2}{R_1} = \frac{t_2 U^2}{R_2}$.

Поэтому $t_2 = \frac{9t_1}{10}$.

10 класс

10.1. (*10 баллов*) «Лунная тень».

Определите скорость, с которой движется тень Луны по земной поверхности во время полного солнечного затмения, не учитывая поправки на орбитальное движение Земли. Для простоты считать, что затмение наблюдается на экваторе в полдень и что земная ось перпендикулярна плоскости лунной орбиты. Направления вращения Земли вокруг своей оси и движения Луны совпадают. Расстояние между Землёй и Луной 380 тыс. км, радиус Земли 6400 км. Лунный месяц принять равным 28 земным суткам. При расчёте принять во внимание, что расстояние от Земли до Солнца значительно превышает расстояние от Земли до Луны.

Ответ: ≈ 530 м/с.

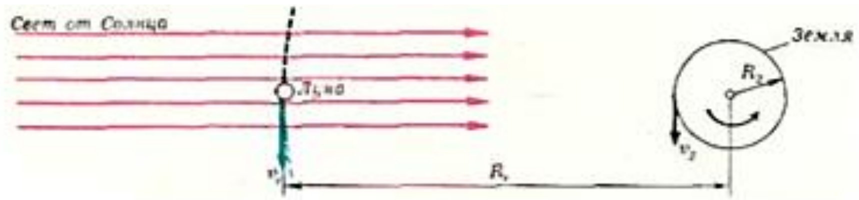
Решение: Для оценки будем считать, что расстояние Луны до Земли R_1 = 384000 км, а период обращения вокруг Земли T_1 = 28 сут = 2419200 сек. Аналогично примем, что радиус Земли R_2 = 6400 км и Земля делает полный оборот вокруг своей оси за время T_2 = 1 сут = 86400 сек. Тогда скорость движения Луны по круговой орбите

$$V_1 = \frac{2\pi R_1}{T_1} \approx 996 \text{ м/сек},$$

а линейная скорость точек земной поверхности

$$V_2 = \frac{2\pi\, R_2}{T_2} \approx 465 \text{ м/сек},$$

причем, для той области поверхности Земли, где наблюдается тень от Луны, обе скорости направлены в одну сторону (см.рисунок).



Поскольку солнечные лучи можно считать параллельными и размеры Луны малы, тень Луны движется относительно земной поверхности в полдень со скоростью

$$V = V_1 - V_2 = 2\pi \left(\frac{R_1}{T_1} - \frac{R_2}{T_2}\right) \approx 530 \text{ м /сек}.$$

Комментарии.

Рассчитана линейная скорость Луны по орбите: 4 балла.

Рассчитана линейная скорость точек земной поверхности: 4 балла.

Получен правильный ответ: 2 балла.

10.2. (*10 баллов*) «Обезьянка».

Через неподвижный блок, масса которого пренебрежимо мала, перекинута невесомая верёвка. На одном конце верёвки висит груз массой M= 25 кг, а за другой конец ухватилась обезьянка и карабкается вверх. С каким ускорением a поднимается обезьянка, если груз находится всё время на одной высоте? Масса обезьянки m=20 кг. Через какое время t обезьяна достигнет блока, если первоначально она находилась от него на расстоянии L = 20 м?

Ответ: a = 2,5 м/с^2, t = 4 с.

Решение: В силу невесомости верёвки сила тяжести T в любом её сечении одна и та же. На обезьяну действуют: сила натяжения верёвки T – вверх, сила тяжести mg – вниз. Под действием этих сил обезьяна по второму закону Ньютона движется относительно Земли вверх с ускорением a:

$$T - mg = ma \ (1).$$

На груз действуют силы: T – вверх и Mg – вниз, в результате чего груз должен покоиться относительно Земли:

$$T - Mg = 0 \ (2).$$

Решая систему уравнений (1) и (2), находим ускорение обезьянки:

$$a = \frac{(M-m)g}{m}.$$

Получаем, что a = 2,5 м/с^2 и время $t = \sqrt{2L/a} = 4 \ c$.

Комментарии.

Указаны силы на чертеже: 2 балла.

Записано уравнение второго закона Ньютона для обезьянки: 2 балла.

Записано уравнение второго закона Ньютона для груза: 2 балла.

Найдено ускорение: 2 балла.

Определено время движения: 2 балла.

10.3. (*10 баллов*) «Весы».

Тело, привязанное к нити, уравновесили на весах. Затем его на 0,3 объёма V погрузили в масло. При этом равновесие нарушилось и для его восстановления пришлось снять с чашки весов гирьку, масса которой составила шестую часть массы тела m. Найдите плотность ρ_1 тела. Плотность масла ρ_2 =900 кг/м^3.

Ответ: $\rho_1 = 1{,}6 \cdot 10^3 \frac{кг}{м^3}$.

Решение: Когда тело было уравновешено на весах в воздухе, масса гирь была равна массе тела m. Когда его погрузили в масло, на него стала действовать выталкивающая сила $F_{выт} = \rho_2 g V_{погр}$, где $V_{погр} = 0{,}3\,V$ – объем погруженной в масло части тела.

Из-за этого вес тела, который в воздухе был равен $P_1 = mg$, уменьшился и стал равен P_2, причем

$$P_2 = (m - m_1)g \text{ или } P_2 = \left(m - \frac{m}{6}\right)g = \frac{5}{6}mg.$$

Поскольку $F_{выт} = P_1 - P_2$, то согласно сказанному выше

$$\rho_2 g \cdot 0{,}3V = mg - \frac{5}{6}mg,\ 0{,}3\rho_2 V = \frac{1}{6}m, \text{ где } m = \rho_1 V,$$

поэтому $0{,}3\rho_2 V = \frac{1}{6}\rho_1 V$, $0{,}3\rho_2 = \frac{1}{6}\rho_1$, откуда $\rho_1 = 1{,}8\rho_2$.

Произведём вычисления:

$$\rho_1 = 1{,}8 \cdot 900\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3} = 1{,}6 \cdot 10^3\,\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}.$$

Комментарии.

Записано выражение для выталкивающей силы с учётом объёма погружённой части тела: 2 балла.

Получено выражение веса тела в масле: 3 балла.

Составлено уравнение: 3 балла.

Получен правильный ответ: 2 балла.

10.4. (*10 баллов*) «Свинцовая проволока».

К концам свинцовой проволоки длиной L=1 м приложено напряжение U=10 В. Какое время τ пройдёт с начала пропускания тока до момента, когда свинец начнёт плавиться? Начальная температура t_0 =20^0 С, температура плавления свинца t =327^0 С, его удельное сопротивление $\rho_{эл} = 1{,}7\cdot10^{-6}$ Ом·м, удельная теплоёмкость с = 125 Дж/кг град. С, плотность свинца ρ=11300 кг/м^3. Потерей теплоты в окружающее пространство пренебречь.

Ответ: $\tau = 7,5$ с.

Решение: Составим уравнение теплового баланса:

$$cm(t - t_0) = \frac{V^2\tau}{R},$$

где справа стоит количество теплоты, выделившееся в проволоке при пропускании через нее тока за время τ. Все это количество теплоты идет на нагревание проволоки (m – масса проволоки). Отсюда находим^

$$\tau = \frac{cm(t - t_0)R}{V^2}.$$

Но $R = \frac{\rho l}{S}$, где l и S – длина и сечение проволоки. Кроме того, $m = dlS$. Окончательно имеем:

$$\tau = \frac{cdl^2\rho(t - t_0)}{V^2} = 7{,}5\ c.$$

Комментарии.

Составлено уравнение теплового баланса: 4 балла.

Записана формула для нахождения сопротивления проводника: 1 балл.

Получено выражение для нахождения массы проволоки: 1 балл.

Получено выражение для расчёта времени: 3 балла.

Найден правильный ответ: 1 балл.

10.5. (*10 баллов*) «Сопротивления».

К сети напряжением 120 В присоединяются два сопротивления. При их последовательном соединении сила тока равна 3 А, а при параллельном – суммарная сила тока равна 16 А. Чему равны сопротивления?

Ответ: $R_1 = 10$ Ом и $R_2 = 30$ Ом или $R_1 = 30$ Ом и $R_2 = 10$ Ом.

Решение:

При последовательном соединении: $R_1 + R_2 = \frac{120}{3} = 40$ Ом (1).

При параллельном соединении:

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = R = \frac{U}{I_2} = \frac{120}{16} \text{Ом (2).}$$

Из соотношений (1) и (2) получаем:

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{120}{16},$$

$$\frac{R_1 \cdot R_2}{40} = \frac{120}{16},$$

$$R_1 = \frac{120}{16} \cdot \frac{40}{R_2} = \frac{300}{R_2}.$$

Подставим в (1):

$$\frac{300}{R_2} + R_2 = 40,$$

$$(R_2)^2 - 40R_2 + 300 = 0,$$

$$R_2 = 30 \text{ Ом или } R_2 = 10 \text{ Ом.}$$

Тогда

$$R_1 = 10 \text{ Ом или } R_1 = 30 \text{ Ом.}$$

Комментарии.

Из закона Ома получено выражение для сопротивления при последовательном соединении: 3 балла.

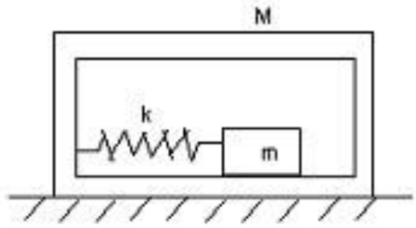
Из закона Ома получено выражение для сопротивления при параллельном соединении: 3 балла.

Получен правильный ответ: 4 балла.

11 класс

11.1. (*10 баллов*) «Коробка с пружиной».

Коробка массы M стоит на горизонтальном столе. Коэффициент трения между столом и коробкой равен μ. Внутри коробки лежит груз массы m, который может без трения двигаться по дну коробки. Он прикреплен к стенке коробки пружиной жесткости k (смотри рисунок). При какой амплитуде колебаний груза коробка начнет двигаться по столу?



Ответ: $A = \frac{\mu(M+m)g}{k}$.

Решение: Коробка начнет двигаться по столу, как только сила, действующая на коробку, превысит силу трения, равную $F_{тр} = \mu(M+m)g$.

На коробку изнутри действует сила упругости пружины, равная $F_{упр} = kA$, где A - амплитуда колебаний.

Приравнивая эти силы, получаем для амплитуды выражение:

$$A = \frac{\mu(M + m)g}{k}.$$

Комментарии.

Записано и сформулировано условие движения коробки по столу: 4 балла.

Указано действие на коробку силы упругости и записана формула: 3 балла.

Получен правильный ответ: 3 балла.

11.2. (*10 баллов*) «Летящая пуля».

Пуля, летящая со скоростью V_0, пробивает несколько одинаковых досок, расположенных на некотором расстоянии друг от друга. В какой по счёту доске застрянет пуля, если её скорость после прохождения первой доски равна $V_1 = 0{,}83\ V_0$?

Ответ: в четвёртой доске.

Решение: Потери кинетической энергии пули при пролете каждой из досок одинаковы и равны:

$$\Delta E = \frac{mV_0^2}{2} - \frac{mV_1^2}{2} = \frac{m\,(V_0^2 - V_1^2)}{2}\ .$$

Всю энергию пуля потеряет, пробив $n = \frac{mV_0^2}{2\Delta E} = \frac{V_0^2}{V_0^2 - V_1^2} \approx 3{,}3$ доски, т.е. пуля застрянет в четвертой доске.

Комментарии.

Отмечено равенство потерь кинетической энергии при пролёте каждой доски: 2 балла.

Записана потеря кинетической энергии при пролёте через одну доску: 4 балла.

Получена формула для количества досок: 2 балла.

Найден правильный ответ: 2 балла.

11.3. (*10 баллов*) «Система сосудов».

Сосуды с объёмами V_1 = 200 см^3 и V_2 = 100 см^3 соединены короткой трубкой, в которой имеется теплоизолирующая пористая перегородка. С помощью этой перегородки в сосудах устанавливаются одинаковые давления. Система находится при температуре $t_0 = 27^0$ С и содержит газ при давлении $p_0 = 10^5$ Па. Какое давление установится в системе, если малый сосуд поместить в лёд при температуре $t_1 = 0\ ^0$ С, а большой - в пар при температуре $t_2 = 100\ ^0$ С? Тепловым расширением сосудов пренебречь.

Ответ: $p = 9 \cdot 10^4$ Па.

Решение: Запишем уравнение Менделеева-Клапейрона для газа в сосуде объемом V_1:

$$p_0V_1 = \frac{m_1}{\mu}RT_0, \text{ где } \mu \text{ – молярная масса газа.}$$

Из этого уравнения найдем массу газа в этом сосуде:

$$m_1 = \frac{p_0V_1\mu}{RT_0}.$$

Аналогично можно выразить массу газа во втором сосуде:

$$m_2 = \frac{p_0V_2\mu}{RT_0}.$$

После того, как температура сосудов изменилась, в них установилось давление p. (По условию задачи трубка, соединяющая сосуды, является с одной стороны пористой, а с другой стороны – теплоизолирующей. Поэтому в сосудах установится одинаковое давление, хотя температура газа в сосудах окажется различной). Масса газа в сосудах также изменится и окажется равной m_1' и m_2'.

Запишем уравнение состояния для газа в сосуде объемом V_1:

$pV_1 = \frac{m_1'}{\mu}RT_1, m_1' = \frac{pV_1\mu}{RT_1}$.

Аналогично найдем массу газа во втором сосуде:

$$m_2' = \frac{pV_2\mu}{RT_2}.$$

Суммарная масса газа в сосудах не изменилась, поэтому

$$m_1 + m_2 = m_1' + m_2',$$

$$\frac{p_0 V_1 \mu}{R T_0} + \frac{p_0 V_2 \mu}{R T_0} = \frac{p V_1 \mu}{R T_1} + \frac{p V_2 \mu}{R T_2},$$

$$p = \frac{p_0 (V_1 + V_2)}{T_0 \left(\frac{V_1}{T_1} + \frac{V_2}{T_2}\right)},$$

$$p = 9 \cdot 10^4 \text{ Па.}$$

Комментарии.

Записано уравнение Менделеева–Клапейрона для обеих частей сосуда в начальном состоянии: 2 балла.

Получены выражения для массы газа: 2 балла.

Учтены условия процесса: постоянство давления и различие температур: 1 балл.

Записаны выражения масс газа во втором состоянии: 1 балл.

Отмечена неизменность суммарной массы газа: 1 балл.

Получено выражение для давления газа: 2 балла.

Найден правильный ответ: 1 балл.

11.4. (*10 баллов*) «Реостат».

Для каждой из трёх схем включения реостата (рис. *а*-*в*), имеющего сопротивление R_0, постройте график зависимости сопротивления R цепи от сопротивления r правой части реостата. Ответ обоснуйте.

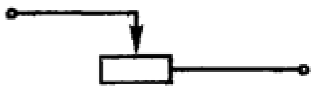


Рис. а

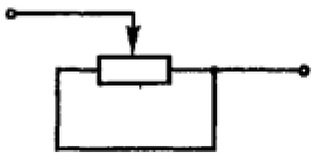


Рис. б

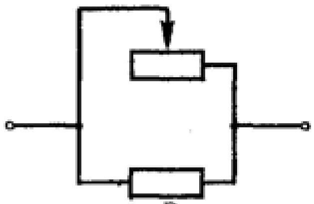


Рис. в

Решение: Для схемы на рис. *а* очевидно, что $R = r$. Таким образом, зависимость будет линейной с максимальным значением $R_0 = R$.

В схеме на рис. *б* части реостата с сопротивлениями r и $R_0 - r$ соединены параллельно:

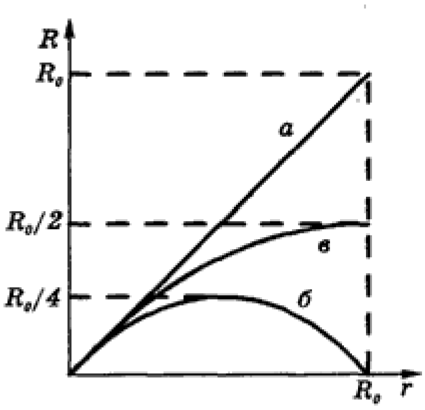
$$R = \frac{r\,(R_0 - r)}{r + (R_0 - r)} = \frac{r\,(R_0 - r)}{R_0} = -\frac{1}{R_0}\, r^2 + r.$$

Вид графика – парабола, с максимальным значением $R = \frac{R_0}{4}$ при $r = \frac{R_0}{2}$.

В схеме на рис. *в* соединены параллельно проводники с сопротивлениями r и R_0 поэтому:

$$R = \frac{rR_0}{r + R_0}$$

с максимальным значением $R = \frac{R_0}{2}$ при $r = R_0$.



Графики этих зависимостей приведены на рисунке (график *а* – прямая, *б* – парабола, *в* – гипербола). В начале координат все три графика касаются друг друга.

Комментарии.

Получен и представлен график *а*): 2 балла.

Получен и представлен график *б*): 4 балла.

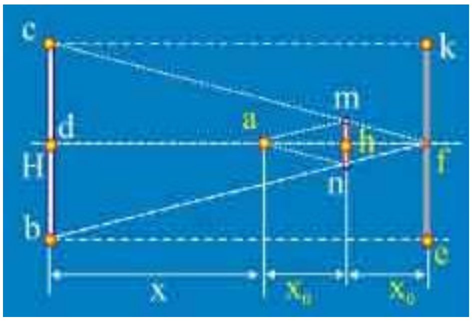
Получен и представлен график *в*): 4 балла.

11.5. (*10 баллов*) «Автомобильное зеркало».

Размеры заднего окна автомобиля 120 × 45 см^2. Водитель сидит на расстоянии L=2 м от заднего окна. Каковы должны быть минимальные размеры плоского зеркала заднего вида, висящего на расстоянии L_0=0,5 м перед водителем, чтобы водитель имел наилучший обзор дорожной обстановки за автомобилем?

Ответ: 0,075 м; 0,2 м.

Решение: Рассмотрим вначале соотношение между вертикальным размером зеркала h и вертикальным размером заднего стекла автомобиля из условия того, что глаз водителя должен видеть отражение нижней и задней кромки стекла.



Для определения высоты зеркала h рассмотрим подобие двух треугольников, образованных лучами в процессе построения отражения точек c и b от кромок зеркала, m и n:

$$\Delta\text{bcf} \sim \Delta\text{amn},\ \frac{H}{x+2x_0} = \frac{h}{x_0},\ h = \frac{Hx_0}{x+2x_0} = \frac{0{,}45 \cdot 0{,}5}{2+1} = 0{,}075 \text{ м.}$$

Горизонтальный размер зеркала получается методом таких же построений только в горизонтальной плоскости:

$$z = \frac{Bx_0}{x+2x_0} = \frac{1{,}2\ \cdot 0{,}5}{3} = 0{,}2 \text{ м.}$$

Комментарии.

Построен чертёж: 2 балла.

Определена высота зеркала: 4 балла.

Определена ширина зеркала: 4 балла.