

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ**

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП

11 класс

Уважаемый участник олимпиады!

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

Условия задач

11.1. (7 баллов)

В десятичной записи семизначного числа нет нулей. Докажите, что частное от деления этого числа на произведение его цифр больше двух.

11.2. (7 баллов)

Докажите, что при любом действительном $x \geq 1$ выполняется неравенство $\frac{2^x+3^x}{3^x+4^x} \leq \frac{5}{7}$.

11.3. (7 баллов)

Квадрат 2×2 разрезан прямыми, параллельными его сторонам, на прямоугольники, которые закрашены в серый и белый цвета в шахматном порядке. При этом оказалось, что общая площадь серых прямоугольников равна общей площади белых прямоугольников. Докажите, что из серых прямоугольников без дополнительных разрезов можно сложить прямоугольник 1×2 .

11.4. (7 баллов)

Ваня записал некоторое натуральное число в системе счисления с основанием P , а затем это же число в системе счисления с основанием Q , и получил 24 и 42 соответственно. И сделал следующий вывод: для любых натуральных P и Q больших 2 и отличных более чем на 1, найдется натуральное n такое, что в системах счисления с основаниями P и Q n будет двухзначным и записано одной и той же парой цифр, но в разном порядке.

а) Является ли это утверждение верным?

б) Какие минимальные значения могут иметь P и Q ?

11.5. (7 баллов)

В четырехугольнике отмечены равные стороны и данные углы. Найдите угол, обозначенный знаком «?» (см. рисунок).

