

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ  
ПО МАТЕМАТИКЕ  
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП  
10 класс**

***Уважаемый участник олимпиады!***

Вам предстоит выполнить теоретические задания.

Время выполнения заданий – 235 минут.

Выполнение заданий целесообразно организовать следующим образом:

- не спеша, внимательно прочитайте задания;
- не забывайте переносить решения в чистовик, черновики не проверяются;
- решение каждой задачи начинайте с новой страницы;
- задача считается решенной, если в ней приведено полное доказательство или обоснование ответа (за исключением случаев, когда в условии написано, что требуется привести только ответ);
- после выполнения заданий еще раз удостоверьтесь в правильности записанных ответов и решений.

Решение каждой задачи оценивается целым числом баллов от 0 до 7.

Итог подводится по сумме баллов, набранных участником.

## Условия задач

10.1. (7 баллов)

Что больше  $127^{23}$  или  $513^{18}$ ?

10.2. (7 баллов)

Существуют ли целые числа  $x$  и  $y$ , для которых

$$2024 \cdot x^{2025} + 2025 \cdot y^{2026} = 2027?$$

10.3. (7 баллов)

Служанки находятся в 8 комнатах, которые расположены так: 4 комнаты по углам квадратного помещения, а 4 остальных в середине каждой стороны. Слепая хозяйка проверяет число служанок, находящихся в трех комнатах каждой стороны помещения, и находит всюду 9 служанок. Через некоторое время она проверяет, все ли в комнатах. Считает опять и находит в каждом ряду комнат опять то же число служанок, несмотря на то, что к ним пришли в гости 4 подруги. Через некоторое время опять тем же порядком, что и раньше, хозяйка проверяет число служанок и находит опять по 9 в каждом ряду, хотя 4 служанки вышли вместе с 4 подругами. Каким образом служанки обманывали хозяйку?

10.4. (7 баллов)

Во вписанном четырехугольнике одна диагональ делит другую пополам. Докажите, что квадрат длины первой диагонали равен половине суммы квадратов длин всех сторон.

10.5. (7 баллов)

Ваня записал некоторое натуральное число в системе счисления с основанием  $P$ , а затем это же число в системе счисления с основанием  $Q$ , и получил 24 и 42 соответственно. И сделал следующий вывод: для любых натуральных  $P$  и  $Q$  больших 2 и отличных более чем на 1, найдется натуральное  $n$  такое, что в системах счисления с основаниями  $P$  и  $Q$   $n$  будет двухзначным и записано одной и той же парой цифр, но в разном порядке.

а) Является ли это утверждение верным?

б) Какие минимальные значения могут иметь  $P$  и  $Q$ ?